

Приложение 9.

Устойчивость по Ляпунову.

1) Устойчивость равновесия по Ляпунову означает, что решения уравнения описывающего динамику системы, начинающиеся "достаточно близко" к равновесию, остаются "достаточно близко" навсегда.

2) Второй метод устойчивости по Ляпунову:

Легче визуализировать этот метод анализа, представив себе физическую систему (например, вибрирующую пружину и массу) и учитывая [энергию](#) такой системы. Если система со временем теряет энергию и энергия никогда не восстанавливается, то в конечном итоге система должна остановиться и достичь некоторого конечного состояния покоя. Это конечное состояние называется [аттрактором](#). Однако найти функцию, которая дает точную энергию физической системы, может быть сложно, и для абстрактных математических систем, экономических систем или биологических систем понятие энергии может быть неприменимо. Реализация Ляпунова заключалась в том, что устойчивость может быть доказана, не требуя знания истинной физической энергии, при условии, что может быть найдена [функция Ляпунова](#), удовлетворяющая вышеуказанным ограничениям.

3) Устойчивость по Ляпунову названа в честь [Александра Михайловича Ляпунова](#), русского математика, защитившего диссертацию "Общая проблема устойчивости движения" в Харьковском университете в 1892 году.^[1] А. М. Ляпунов был пионером в успешных попытках разработать глобальный подход к анализу устойчивости нелинейных динамических систем по сравнению с широко распространенным локальным методом их линеаризации относительно точек равновесия. Его работа, первоначально опубликованная на русском языке, а затем переведенная на французский, в течение многих лет не привлекала особого внимания. Математическая теория устойчивости движения, основанная А. М. Ляпуновым, значительно предвосхитила время ее внедрения в науку и технику. Более того, сам Ляпунов не делал приложений в этой области, его собственный интерес заключался в стабильности вращающихся масс жидкости с астрономическим применением. У него не было докторантов, которые следили за исследованиями в области стабильности, и его собственная судьба была ужасно трагичной из-за его самоубийства в 1918 году. На несколько десятилетий теория устойчивости канула в полное забвение. Русско-советский математик и механик [Николай Гурьевич Четаев](#), работавший в Казанском авиационном институте в 1930-х годах, был первым, кто осознал невероятную величину открытия, сделанного А. М. Ляпуновым. Вклад в теорию, внесенный Н. Г. Четаевым^[2], был настолько значительным, что многие математики, физики и инженеры считают его прямым преемником Ляпунова и следующим в очереди

научным потомком в создании и развитии математической теории устойчивости.

Интерес к ней внезапно резко возрос в период [холодной войны](#), когда было обнаружено, что так называемый "Второй метод Ляпунова" (см. Ниже) применим к устойчивости аэрокосмических [систем наведения](#), которые обычно содержат сильные нелинейности, не поддающиеся лечению другими методами. Тогда и с тех пор появилось большое количество публикаций в области управления и системной литературы.[\[3\]](#)[\[4\]](#)[\[5\]](#)[\[6\]](#)[\[7\]](#) Совсем недавно концепция показателя [Ляпунова](#) (связанная с Первым методом обсуждения устойчивости Ляпунова) вызвала широкий интерес в связи с [теорией хаоса](#). Методы устойчивости по Ляпунову также применялись для нахождения равновесных решений в задачах распределения трафика.[\[8\]](#)

Источник: [Устойчивость по Ляпунову](#)

Версия #2

GRN создал 2 March 2023 11:43:20

GRN обновил 2 March 2023 11:59:39